**1.a)** Embora quer a F.O. quer as restrições representem bem o enunciado através de funções lineares, tratando-se de produção de televisores e de computadores as variáveis deveriam ser declaradas como variáveis inteiras e o modelo mais adequado seria o de PLI.

**1.b)** $x_1$ representa o número de televisores a produzir por mês e $x_2$ representa o número de computadores a produzir por mês.

**1.c)** $\text{Max } Z = 300x_1 + 200x_2$

$$\text{s.a:}\begin{cases} x_1 \qquad - \ x_3 = \ 1000 \\ \qquad x_2 - \ x_4 = \ 1500 \\ 5x_1 + 6x_2 + \ x_5 = 15000 \\ x_1, \ x_2, \ x_3, \ x_4, \ x_5 \geq 0 \end{cases}$$

**1.d)** Do Solver: $x_1 = 1200$; $x_2 = 1500$; $x_3 = |1200 - 1000| = 200$; $x_4 = |1500 - 1500| = 0$; $x_5 = |15000 - 15000| = 0$; Valor ótimo: $Z^* = 300 \times 1200 + 200 \times 1500 = 660'000$ u.m.

**1.e)** Mensalmente devem ser produzidos 1200 televisores ($x_1 = 1200$) e 1500 computadores ($x_2 = 1500$). São produzidos mais 200 televisores que o mínimo exigido ($x_3 = 200$) e a produção de computadores iguala o mínimo exigido ($x_4 = 0$). As hh disponibilizadas na fábrica são totalmente utilizadas ($x_5 = 0$) representando um recurso escasso.

**1.f)** Dual: $\text{Min } W = \ 1000y_1 + 1500y_2 + 15000y_3$

$$\text{s. a:}\begin{cases} y_1 \qquad + \ 5y_3 \geq 300 \\ \qquad y_2 + 6y_3 \geq 200 \\ y_1, y_2 \leq 0; \ \ y_3 \geq 0 \end{cases}$$

**1.g)** Pelos desvios complementares: $x_3 = 200 \neq 0 \Rightarrow \boldsymbol{y_1 = 0}$; $x_1 = 1200 \neq 0 \Rightarrow y_4 = 0$; $x_2 = 1500 \neq 0 \Rightarrow y_5 = 0$. Pelo Solver: $\boldsymbol{y_3 = 60}$. Logo:

$$\begin{cases} y_1 \quad + \ 5y_3 = 300 \\ \quad y_2 + 6y_3 = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ y_2 + 6 \times 60 = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \boldsymbol{y_2 = -160} \end{cases}$$

$\boldsymbol{y_3 = 60}$ representa a valorização da hh. Por cada hh a mais (a menos) na fábrica o lucro total aumenta (diminui) 60 u.m., enquanto a base ótima se mantiver.

**1.h)** $\Delta b_1 = 500 - 1000 = -500 \in \left]-\infty; 200\right]$ (IS lido do output do Solver). Logo, $\Delta Z = \Delta b_1 \, y_1 = -500 \times 0 = 0$. A alteração não tem impacto no lucro total.

**1.i)** $\Delta c_2 = 100 \in \left]-\infty; 160\right]$ (IS lido do output do Solver). Logo, a SO não se altera e o lucro total altera: $\Delta \text{Z} \ = \ \Delta c_2 \times x_2 = 100 \times 1500 = 150'000$, ou seja, aumenta 150'000 u.m.

**1.j)** Juntava as novas variáveis binárias: $w_j = 1$ sse produzir o produto $j$ ($j = 1{,}2$) e as restrições passavam a ser:

$$\begin{cases} x_1 \geq 1000 - M(1 - w_1) \\ x_2 \geq 1500 - M(1 - w_2) \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 15000 \\ x_j \ \leq M w_j \quad j = 1{,}2 \\ w_1 + w_2 = 1 \\ x_1, \ x_2 \geq 0 \\ w_j \in \{0{,}1\} \ \ j = 1{,}2 \end{cases}$$

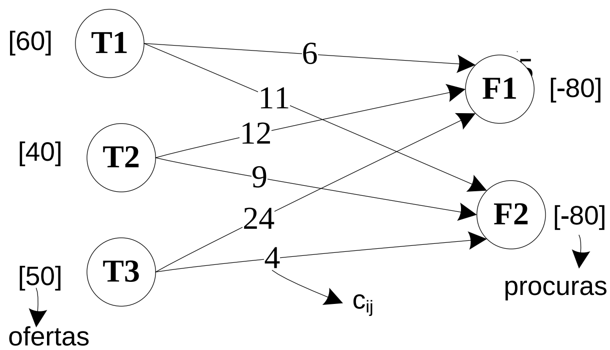
em que M representa uma constante suficientemente grande.

**2.a)** $a, b > 0$ e $\forall c, d$.

**2.b)** $(b = 0 \ \wedge \ \text{a} \geq 0) \vee \ (a = 0 \ \wedge \ \text{c} > 0 \wedge \ \text{b} \geq 0), \ \forall \, d.$

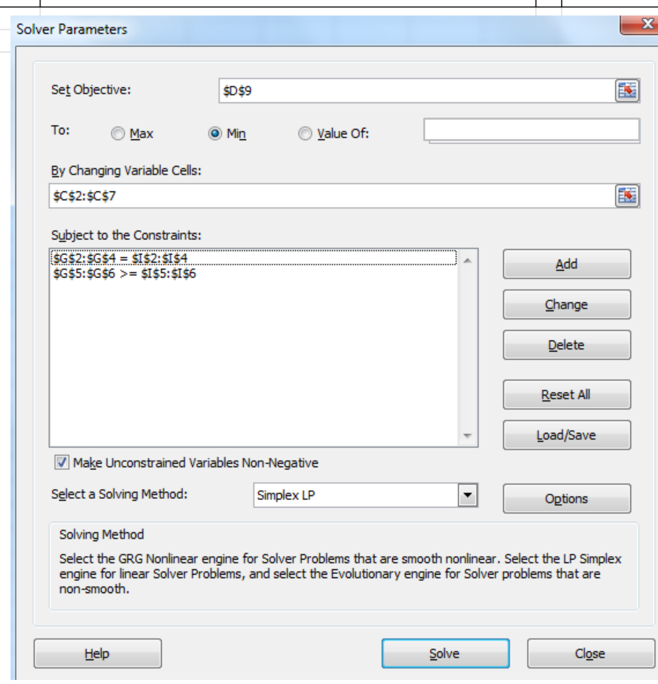
**2.c)** $(a < 0 \ \wedge \ \text{c} \leq 0 \wedge \ b > a), \ \forall \, d.$

**3.a)** Modelo de redes: Problema de fluxo de custo mínimo, com capacidades ilimitadas nos arcos, sem pontos intermédios e desequilibrado pois: $\sum_{i=1}^{5} b_i = 80 - 80 - 60 - 40 - 50 = 10$, sendo o tipo de papel as "origens" e os fornecedores os destinos (nota: pode ser definido ao contrário), cada ligação representa os rolos de papel de tipo $\mathbf{Ti}$ $(i = 1,2,3)$ a fornecer pelo fornecedor $\mathbf{Fj}$ $(j = 1,2)$. A rede é:




**3.b)**

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | de | para | solução | custo | | Nodo | "sai-entra" | | oferta/procura |
| 2 | T1 | F1 | 0 | 6 | | T1 | =SUMIF($A$2:$A$7;F2;$C$2:$C$7)-SUMIF($B$2:$B$7;F2;$C$2:$C$7) | '= | 60 |
| 3 | T1 | F2 | 0 | 11 | | T2 | =SUMIF($A$2:$A$7;F3;$C$2:$C$7)-SUMIF($B$2:$B$7;F3;$C$2:$C$7) | '= | 40 |
| 4 | T2 | F1 | 0 | 12 | | T3 | =SUMIF($A$2:$A$7;F4;$C$2:$C$7)-SUMIF($B$2:$B$7;F4;$C$2:$C$7) | '= | 50 |
| 5 | T2 | F2 | 0 | 9 | | F1 | =SUMIF($A$2:$A$7;F5;$C$2:$C$7)-SUMIF($B$2:$B$7;F5;$C$2:$C$7) | >= | -80 |
| 6 | T3 | F1 | 0 | 24 | | F2 | =SUMIF($A$2:$A$7;F6;$C$2:$C$7)-SUMIF($B$2:$B$7;F6;$C$2:$C$7) | >= | -80 |
| 7 | T3 | F2 | 0 | 4 | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | |
| 9 | | | FO= | =SUMPRODUCT(C2:C7;D2:D7) | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | |




**3.c)** Sendo $x_{i,j}$ a quantidade de rolos de tipo **Ti** $(i = 1,2,3)$ fornecidos pelo fornecedor **Fj** $(j = 1,2)$, uma S.A. é: $x_{T1,F1} = 60$; $x_{T2,F1} = 20$; $x_{T2,F2} = 20$; $x_{T3,F2} = 50$; sendo as restantes variáveis nulas. Assim, o fornecedor **F1** fornece 60 rolos de tipo **T1** (ficando satisfeita a procura de rolos **T1**) e 20 de tipo **T2**, gastando toda a sua disponibilidade. O fornecedor **F2** fornece 20 rolos de tipo **T2** (ficando satisfeita a procura de 40 rolos de tipo **T2**) e 50 de tipo **T3**, ficando ainda com 10 rolos e satisfazendo a procura de rolos de tipo **T3**.